LA CLASSE DE PSI DU LYCÉE RASPAIL

Ce dossier a pour but de vous donner quelques renseignements sur l'organisation de l'an prochain et quelques conseils généraux, mais aussi de vous présenter le travail à faire pendant les vacances pour aborder la rentrée en PSI dans les meilleures conditions.

Table des matières

L'année de « Spé » de CPGE est relativement courte (autour de 25 semaines) et le rythme y est relativement soutenu.

Cette seconde année de CPGE vous prépare au mieux aux écrits puis aux oraux que vous passerez pour intégrer l'une des 204 écoles habilitées par la Commission des Titres d'Ingénieurs à délivrer le diplôme d'ingénieur *(nombres d'écoles depuis la rentrée 2020)*. Dans la continuité de la Sup, la Spé vous permet d'acquérir des qualités communes à tous les domaines dans lesquels les ingénieurs travaillent :

- une maîtrise scientifique de son domaine,
- une grande capacité de travail,
- des capacités d'adaptation et d'assimilation rapides,
- une aisance orale et des qualités relationnelles lui permettant d'encadrer une équipe et de collaborer avec des partenaires de plus en plus souvent étrangers.

Nous attendons que vous arriviez le jour de la rentrée, reposé·e·s, résolu·e·s et très motivé·e·s pour attaquer une seconde année courte et intense. Il vous est demandé de concilier repos et vacances, avec notamment un travail de révisions dans plusieurs matières. Une intégration dans une grande école n'est possible que par vos efforts et si vous travaillez régulièrement, vous y arriverez !

Les cours commenceront dès le jour de la rentrée prévue le lundi 1er **septembre** 2025 et les oraux se dérouleront pour certains d'entre vous jusqu'à mi-juillet !

Avant toute chose, merci de remplir rapidement le formulaire accessible en cliquant le lien suivant ou en utilisant le QR-code ci-contre :

formulaire pour la rentrée

Vos renseignements ne seront partagés qu'avec l'équipe pédagogique. Merci !

⚠ Ce n'est pas un formulaire d'inscription ; veillez à envoyer les documents d'inscription à l'administration.

1 Une semaine de cours en PSI

Les disciplines enseignées sont (cf. TABLE 1) :

- les Mathématiques ;
- la Physique-Chimie ;
- les Sciences de l'Ingénieur (SI) ;
- l'Informatique ;
- le Français-Philosophie ;
- une langue vivante obligatoire (Anglais) ;
- une langue vivante 2 facultative.

Comme en Sup', s'ajoutent à cela les TIPE (Travaux d'Initiative Personnelle Encadrés), les DS (pour la plupart le samedi matin), les khôlles... et **nécessairement le travail personnel à la maison !**

Matières	**Nombres d'heures par semaine** **Cours+TD+TP**
Français-Philosophie	2
Informatique	2 (semestre 1 uniquement) 1+1+0
LV1 Anglais	2
LV2 (fac.)	1
Mathématiques	10 7+3+0
Physique-Chimie	10 6.5+1.5+2
Sciences de l'Ingénieur	4 1+1+2
TIPE	2
Colles	2 à 3
DS	4
TOTAL	**Beaucoup !**

TABLE 1 – Répartition horaire hebdomadaire en PSI

2 Consignes pour les vacances

La seconde année de prépa est courte et intense. Il est donc nécessaire de commencer le 1er septembre en étant au point sur le programme de Sup' et donc de faire un travail de révision (cours et exercices) de Sup'. Gardez en tête qu'**il est bien plus productif de réviser régulièrement et sérieusement que de consacrer les derniers jours de vos vacances à le faire intensément.**

Voici nos consignes pour vous aider à faire efficacement ce travail de révision.

SE TROUVER UN OBJECTIF À VISER — Comme en Sup, vous connaîtrez très probablement des coups de mou durant cette année de Spé, des moments de doute et de baisse de motivation. Ces moments sont plus faciles à passer lorsqu'un objectif concret est bien en vu.

Pour cette raison nous vous invitons à regarder le site `https://www.scei-concours.fr` (cliquer sur *Concours* & *banques*). Cherchez-y des écoles qui vous motivent aussi bien des choix « de cœur » (potentiellement un peu déraisonnables) que des choix plus abordables et raisonnables.

Si ce travail n'est pas fait pendant les vacances, il sera à faire pendant l'année avant les inscriptions aux écrits et avant les oraux *i.e.* à des moments où vous devrez vous davantage vous concentrer sur les cours.

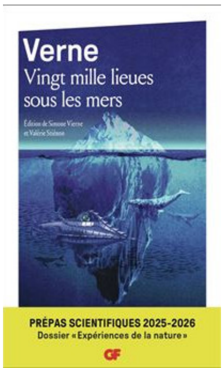
Français-Philosophie (D. Blanchard) — Thème 2025/2026 : Expériences de la nature

<u>Ce thème est à étudier à travers les trois œuvres suivantes :</u>

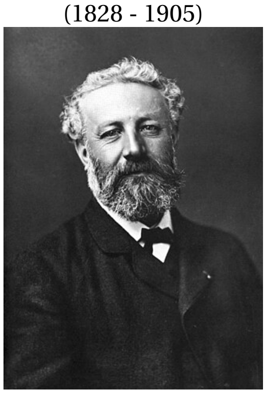
- **Georges Canguilhem**, *La connaissance de la vie* (1952), **édition Vrin**. Sont au programme les parties suivantes : "Introduction : La pensée et le vivant", "I. Méthode", "III. Philosophie - chapitres II, III, IV et V" .

Georges Canguilhem
(1904 - 1995)

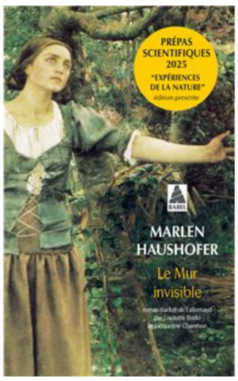
- **Jules Verne**, *Vingt mille lieues sous les mers* (1869-1870), **édition GF**.



Jules Verne
(1828 - 1905)



- **Marlen Haushofer**, *Le Mur invisible* (1963), **édition Actes Sud** (traduction de **Liselotte Bodo**, **Jacqueline Chambon** et **Patrick Charbonneau**).



Marlen Haushofer
(1920 - 1970)

Afin de préparer le thème de l'année prochaine, la lecture des deux romans au programme (Verne et Haushofer) est indispensable cet été.

Je vous invite à faire une fiche récapitulative de l'intrigue et des personnages pour ces deux romans. Vous pouvez également d'ores et déjà réfléchir aux liens entre ces deux œuvres.

La lecture de l'ouvrage de Canguilhem est facultative pour cet été, je vous guiderai dès la rentrée dans la compréhension de cette œuvre.

Bonnes vacances d'ici là et à bientôt !

ANGLAIS (G. LORGOS) —

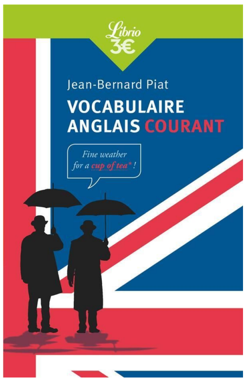
Les étudiants de PSI doivent préparer deux types d'épreuves écrites :

- le thème et l'expression (essay) au Concours Commun Mines-Ponts ;
- la synthèse de documents pour le Concours Centrale (en 4 heures) et le concours CCINP (3h).

Sont obligatoires :

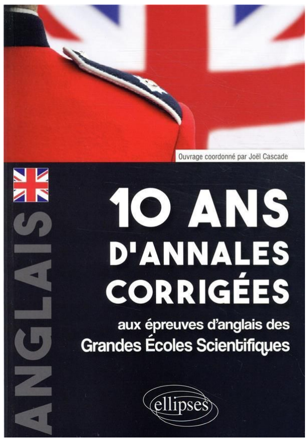
- **une grammaire pour Lycée et Supérieur** — le choix et libre mais nous recommandons les auteurs suivants : Wilfrid ROTGÉ, Michele MALAVIELLE, Michael SWAN, Sylvie PERSEC, Joël CASCADE ou Raymond MURPHY ;
- Le Vocabulaire anglais courant de Jean-Bernard PIAT, Édition J'ai lu.

  Ce livre est à toujours avoir avec soi, et à apprendre par cœur pour la rentrée.



On trouvera enfin les ouvrages non obligatoires mais très utiles suivants :

Le thème anglais aux examens et aux concours CPGE
(classes préparatoires aux grandes écoles, licence)
Sous la coordination de Joël CASCADE, Édition Ellipses

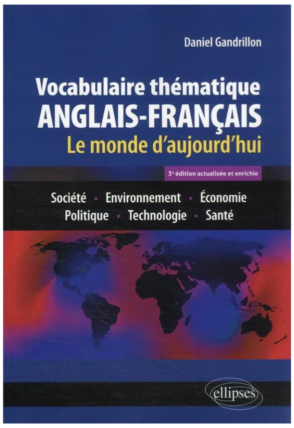


Anglais - 10 ans d'annales corrigées aux épreuves d'anglais des Grandes Écoles Scientifiques
Sous la coordination de Joël CASCADE, Édition Ellipses

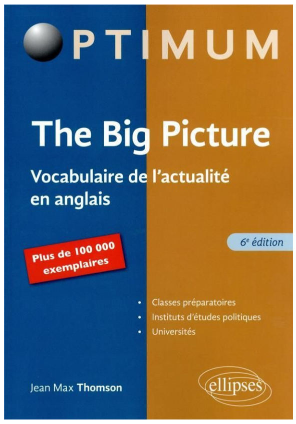
Vous y trouverez des annales de X-ENS, Mines-Ponts, Centrale-Supélec, CCP, E3A, ENAC, ICNA *etc.*

Réussir la Synthèse de documents en Anglais aux concours d'écoles d'ingénieurs
De Sylvie BURENS, Édition Ellipses

Pour le vocabulaire, on conseille soit The Big Picture (6e édition) soit le Vocabulaire Thématique anglais-français (3e édition) qui a ma préférence.



Vocabulaire thématique anglais-français (3e éd.)
Le monde d'aujourd'hui : Société - Environnement - Économie - Politique - Technologie - Santé
De Daniel GANDRILLON, Édition Ellipses



The Big Picture (6e édition)
Vocabulaire de l'actualité en anglais
De Jean-Max THOMSON, Édition Ellipses

L'essentiel du travail, à l'écrit comme à l'oral, étant fondé sur la presse on conseillera de se tenir au courant de l'actualité et fréquenter, quotidiennement si possible pendant 20 à 30 minutes, les médias suivants :

- The Economist, The Guardian, The Daily Telegraph, The Daily Express, The Daily Mail, The New York Times, The Washington Post, Time magazine, USA today, New Scientist, The Globe and Mail (Canada), The Irish Times.
- `https://www.bbc.co.uk/learningenglish/english/features/6-minute-english` (vidéos avec script) ;
- BBC one-minute world news (quotidien) ;
- `https://voanews.com` ;
- pour améliorer l'oral : BBC learning English pronunciation tips.

Good Luck!

MATHÉMATIQUES (A. LAURENT) — Le programme de Mathématiques en Sup (en MPSI comme en PCSI et en PTSI) est volumineux. S'il est parfaitement inutile de tenter de prendre de l'avance en tentant (vainement) de travailler le programme de Mathématiques de PSI, il est en revanche nécessaire de revoir celui de Sup'. Cela vous permettra de le remémorer et de mieux le maîtriser : il est important d'arriver à la rentrée avec des idées claires et de bonnes bases sur l'ensemble du programme de Sup.

La première étape de vos révisions consistera à retravailler le cours de première année et de faire des fiches. Ces fiches vous seront extrêmement utiles quand vous réviserez le programme de vos deux années de prépa avant les écrits des concours puis avant les oraux.

Les fiches de cours peuvent prendre plusieurs formes selon les chapitres et selon votre manière de mémoriser et d'organiser votre pensée :

- des listes de formules (pour les chapitres tels que les développements limités, l'intégration, la dérivation, la trigonométrie, les équivalents classiques, les inégalités classiques *etc*) ;
- les différentes étapes/approches pour résoudre une problématique (par exemple « comment obtenir un équivalence simple d'une fonction donnée ? ») ;
- des schémas (par exemple pour l'étude de convergence de séries numériques puisque cette étude est très « algorithmique ») ;
- *etc.*

Plutôt que de faire une fiche par chapitre, vous pouvez faire une fiche par thème, par questionnement. Je vous suggère notamment de "ficher" sur les problématiques suivantes :

- quels sont les réflexes de rédaction à avoir ?
- quelles sont les rédactions possibles pour prouver une égalité d'ensembles ? pour montrer une inclusion ? pour résoudre une équation ? *etc*
- comment montrer une existence en Analyse ?
- quelles sont les différentes méthodes pour calculer une limite ?
- quelles sont les différentes méthodes pour obtenir un équivalent simple d'une fonction donnée ? pour prouver une relation d'équivalence donnée ?
- comment prouver la bijectivité d'une fonction ?
- comment prouver qu'une fonction est dérivable ?
- quelles approches permettent de détecter l'inversibilité d'une matrice carrée ?
- comment montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel/un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel donné ?
- comment expliciter une base d'un espace vectoriel ?
- comment montrer que deux espaces vectoriels sont supplémentaires d'un troisième ?
- comment étudier la nature d'une série numérique ?
- comment déterminer/reconnaître la loi d'une variable aléatoire ?
- des fiches sur les différentes familles de formules évoquées précédemment.

Cette liste n'est pas exhaustive et les fiches préparées pendant ces vacances pourront évoluées en Spé.

Tout au long de l'année je déposerai des documents sur la page hébergée par le lycée `https://www.ldmraspail.fr/maths-psi.php` ; vous y trouverez d'ores et déjà des exemples de fiches. Pour l'instant seules les fiches de Sup' vous intéresserons.

Ce ne sont que des exemples ; je suis très visuel, mes fiches méthodes le sont donc souvent. A vous de trouver les formes qui vous aident à mieux retenir et comprendre les notions vues en Sup'.

La seconde étape de vos révisions consistera à vous entraîner au calcul ! En Mathématiques, le calcul est un outil et non une fin en soi. Vous devez donc vous entraîner pour être efficaces et sûrs de vous. C'était déjà sans doute le cas en Sup' mais je préfère insister :

> **désormais les seuls outils autorisés en Mathématiques sont papiers, stylos, gomme/effaceur !**
>
> **Il est interdit d'utiliser une calculatrice ou tout outil similaire** même pour vérifier vos calculs !

Entraînez-vous au calcul intégrale, de limites, de dérivées, de développements limités, d'équivalents, aux résolutions d'équations, de systèmes linéaires, à l'inversion de matrices, aux calculs de déterminants, aux calculs trigonométriques *etc.*

La dernière étape consistera à revoir et à faire des exercices moins calculatoires et plus abstraits.

Pour ces deux dernières étapes, je vous fournis un fascicule d'une centaine d'exercices. Il ne serait pas raisonnables de vouloir faire ces exercices mais les points clés du programme de Sup' me semblent être présents dans ce petit recueil.

Je n'ai pas l'intention de donner les corrigés de ces exercices mais je serai disponible pour répondre à vos questions, ré-expliquer certains points, éventuellement regardé un exercice ou deux *etc.*

En cas de difficulté, après avoir tenté de résoudre un exercice, vous pouvez me contacter par mail à l'adresse a.laurent.cpge@gmail.com. Dans ce cas, envoyez-moi une photo de votre travail préliminaire voire de votre brouillon afin que je puisse rebondir sur ce que vous avez fait et vous guider/faire avancer au mieux.

Les 5/2 peuvent me contacter pour un travail plus spécifique.

Dernière information :

Dès la première semaine vous aurez un devoir de Mathématiques portant sur tout l'algèbre linéaire de Sup' !

PHYSIQUE-CHIMIE (PS. SAULUE) — En Physique-Chimie, l'année de Spé s'inscrit dans la continuité de celle de Sup, notamment sur les deux thèmes par lesquels nous commencerons : d'abord de l'électrocinétique puis de la thermodynamique. Afin de pouvoir commencer lancé·e·s et l'esprit préparé, je vous demande ainsi d'arriver en Septembre en ayant révisé ces deux domaines.

Pour vous aider à organiser votre travail et reprendre ce qui a été fait durant l'année passée, je vous fournis un cahier de vacances joint à ce document. La priorité de votre travail doit être la reprise du cours et c'est le premier point que soulève ce cahier de vacances. Pour chaque thème, s'ajoutent quelques exercices très basiques qui permettent de vérifier votre maîtrise des méthodes de base, ils s'appuieront sur le document que vous trouverez à l'adresse suivante : `https://colasbd.github.io/cde/cahier_d_entrainement_PC_1.2.0.pdf`.

En aucun cas ce document ne se substitue à votre cours, vos TD et vos DS ou DM de première année, il s'agit surtout d'un guide de lancée pour la rentrée. Mon objectif est surtout de vous aider à cibler vos révisions afin d'être dans les meilleures conditions pour la rentrée. Soyez au point sur les notions évoquées et ce sera un plus pour le démarrage. Petit élément de motivation supplémentaire, un exercice du premier DS de l'année reprendra tel quel un ou plusieurs entraînements que je vous conseille de travailler.

Je suis disponible à l'adresse suivante pour toute question éventuelle : physique.chimie.saulue@gmail.com, n'hésitez pas à m'écrire.

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR (SI) (A. POURCHERON) — Pour préparer efficacement votre deuxième année en ingénierie, je vous conseille de commencer par reprendre vos devoirs corrigés de première année, puis de prendre le temps d'identifier : la provenance de vos erreurs, les questions auxquelles vous ne savez pas répondre et tout ce qui vous semble pertinent d'être relever, tout cela en prenant des notes. L'idée n'étant pas de survoler une correction, mais de chercher des pistes à travailler pour faire progresser vos notes.

L'idéal serait de réussir à **retenir deux à trois piste de travail** sur lesquelles porter particulièrement votre attention dès la rentrée. Pour vous donner des exemples, certaines de ces pistes pourraient appartenir à la liste non exhaustive ci-dessous :

- mauvaise maîtrise des méthodes de cours ;
- difficultés à évaluer l'homogénéité d'une formule ;
- erreurs récurrentes au niveau des applications numériques/unités ;
- notation des torseurs problématique ;
- trop peu de question traitées par manque de temps ;
- pas assez de rigueur dans la rédaction de vos réponses ;
- incompréhension ou mauvaises interprétations des questions ;
- manque de vocabulaire technique et/ou scientifique ;
- difficultés de lecture des schémas cinématique ;
- des lacunes mathématiques ;

- etc, etc.

Une fois que vous avez choisi, je vous conseille de reprendre vos travaux dirigés de première année et de les refaire sans correction en gardant en tête vos pistes de travail. Vous pouvez également faire/compléter vos fiches de première année, le plus important est surtout de ne pas passer deux mois sans revenir sur les notions vues l'année dernière, pour arriver à la rentrée reposé·e·s certes, mais aussi avec des idées claires sur les notions vues l'année dernière.

Le programme de deuxième année de sciences de l'ingénieur, s'appuie largement sur celui de première année, **il est essentiel de maîtriser les bases mises en place l'année dernière**.

> Une épreuve de **mécanique des solides** vous attendra début septembre, elle portera principalement sur de la **cinématique** mais pourra également vous évaluer sur la résolution de problème de **statique analytique**.

TIPE (A. Pourcheron et PS Saulue) — Le travail relatif au TIPE a normalement dû être démarré l'année dernière, il n'est pas raisonnable d'arriver à la rentrée sans sujet. Vous devez avoir fixé une problématique et même déjà envisagé ou entamé une expérience. La deuxième année va passer extrêmement vite, toute avancée produite pendant les vacances sur votre TIPE vous soulagera, et vous permettra d'avancer plus sereinement sur votre sujet au cours de l'année. Pendant les vacances, vous pouvez par exemple :

- approfondir votre recherche bibliographique (prenez soin de conserver vos sources) ;
- réfléchir à la formulation de votre problématique ;
- tenter de mettre en place un·e modèle/simulation avec les notions vues en première année ;
- mettre en place un protocole expérimental ;
- faire une liste de matériel nécessaire à votre expérience ;
- évaluer les ordres de grandeur probables des mesures que vous comptez faire ;
- identifier les compétences qui pourrait vous manquer dans la réalisation de votre projet ;
- contacter des scientifiques et/ou industriels en lien avec votre sujet pour obtenir des renseignements/données/modèles.

Dès la rentrée, nous rencontrerons chacun·e d'entre vous et ferons un point sur votre projet. Nous vous demanderons une synthèse et la présentation d'une expérience pour les vacances de Toussaint, nous vous conseillons ainsi d'arriver à la rentrée avec les idées claires.

3 Logement

Pour éviter toute fatigue supplémentaire et toute perte de temps dommageable, il est vivement déconseillé d'avoir plus de 1^{h30} de transport quotidien pour vous rendre au lycée et rentrer chez vous.

En début d'année, quelques particuliers contactent parfois le lycée afin de proposer des chambres chez l'habitant. Nous pouvons faire suivre ces annonces aux étudiants intéressés mais il est préférable de ne pas attendre la rentrée pour chercher un logement plus proche de lycée afin de bien commencer l'année.

Vous trouverez des aides sur le site du lycée `https://www.ldmraspail.fr/` en pourcourant les onglets suivants « Le lycée → les services → Solutions de logement » ou en cliquant sur ce lien.

Pour toute question relative à l'organisation de la classe de PSI du lycée Raspail, vous pouvez nous contacter (M. Laurent : a.laurent.cpge@gmail.com et/ou M. Saulue : physique.chimie.saulue@gmail.com).

Bonnes vacances et à la rentrée,

Toute l'équipe de la classe PSI du lycée Raspail.

Fascicule de révisions –Mathématiques–

PSI — 2025/2026

Vous trouverez une version améliorée de ce fascicule sur la page internet hébergée par le lycée que nous utiliserons l'an prochain (https://www.ldmraspail.fr/maths-psi.php).
Dans la mouture internet de ce fascicule, vous trouverez des liens permettant d'avoir des indications sur chaque exercice de ce fascicule.

Exemple — En cas de difficulté sur l'exercice suivant, vous obtiendrez des indications en cliquant sur le lien « **Indication(s)** » à côté du numéro de l'exercice.

○ **Exercice — Indication(s) —**
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et tout $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$, simplifier $S_n = \sum_{0 \leq k \leq n} \cos\big((2k+1)\alpha\big)$.

Les indications peuvent consister en des points sur des méthodes importants, un point à remarquer, un début d'astuces *etc.*

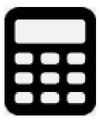
Les exercices encadrés sur fond gris

Ces exercices sont particulièrement intéressants. Ils recouvrent d'autre part la majeure partie du programme de Sup' : en faisant tous ces exercices, vous aurez retravaillé une partie importante des notions de première année de CPGE.

Attention toutefois : ne vous contentez pas de ne travailler que ces exercices, soyez curieux, frottez vous à d'autres types exercices.

Les exercices « éclair »

Ces exercices sont soit des applications directes du cours, soit des exercices dont la solution est courte. La plupart de ces exercices sont particulièrement abordables, certains demandent toutefois de trouver le bon angle d'attaque pour être traités en quelques lignes.

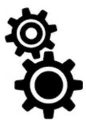


Les exercices « calculatrice »... à faire sans autres outils qu'une feuille et un stylo

Ces exercices sont essentiellement calculatoires. Le calcul n'est qu'un outil vous permettant de faire des Mathématiques ; on ne naît pas « bon/mauvais » en calcul, c'est une capacité qui se travaille.
Recopier des calculs n'est pas productif, il est nettement préférable de faire les calculs soi-même : retroussez vous les manches, mettez les mains dans le cambouis, apprenez à être rapides, propres et à faire confiance à vos résultats.

Les exercices « directions »

Les raisonnements de ces exercices sont guidés par des questions intermédiaires. Ces questions rendent ces exercices plus abordables et permettent de mettre en avant une piste qui aurait peut-être été délicate à trouver seul·e.



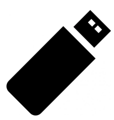
Les exercices « engrenage »

Ces exercices ne sont pas immédiats : ils demandent une réflexion, d'être organisé, de tâtonner en essayant éventuellement plusieurs pistes, de prendre des initiatives. En somme ils demandent de la recherche.

Attention : ces exercices ne sont pas difficiles. Il suffit souvent d'être organisé, d'observer, d'avoir une vision claire de l'objectif à atteindre pour se lancer correctement (*cf.* la partie « Chercher un exercice, se débloquer »).

Les exercices « cheval »

Ces exercices sont à cheval sur plusieurs pans des Mathématiques : des résultats de plusieurs chapitres jouent des rôles importants dans la résolution de ces exercices.



Les exercices « clé USB »

Ces exercices sont à mémoriser. Ils contiennent un résultat important, ou leur résolution nécessite une « astuce » ou une méthode à retenir.

Les exercices « cœur »

Ces exercices sont des classiques que vous devez avoir vus dans vos années prépa. Ces exercices sont par conséquent aussi « ».

Les exercices « étoile »

Ces exercices sont difficiles et vous demanderont souvent du temps de réflexion, des feuilles de brouillons, une bonne compréhension et une bonne maîtrise.

Ne cherchez pas à sauter des étapes en affrontant ces exercices rapidement. Ils sont à travailler quand vous vous sentez prêts, quand vous vous êtes rafraîchi la mémoire en révisant le cours et en travaillant certains exercices plus abordables.

Commencez par chercher les exercices seuls. **En cas de difficulté, vous devez écrire** : visualiser dans votre tête ne suffira pas. Mais qu'écrire quand en cas de blocage ?

- Gardez en mémoire qu'il n'est pas nécessaire d'avoir une vision globale du cheminement à suivre pour écrire, il suffit de savoir faire un petit pas supplémentaire. Vous parviendrez à faire les exercices en faisant une succession de « petits pas ».
- **Travaillez <u>avant tout</u> sur l'objectif à atteindre** : fixez les notations, mettez en branle les divers réflexes, « décortiquez le », reformulez le *etc.*
  C'est la priorité absolue car si vous avez une vision claire de ce qui vous est demandé, vous aurez beaucoup plus de chance de réussir !
- Une fois l'objectif simplement reformulé, faites le point sur les approches permettant de conclure.

  Exemples — ◦ Pour montrer une existence, on peut :
    - avoir un « coup de génie » en trouvant un exemple évident puis en montrant qu'il satisfait la condition voulue ;
    - utiliser une existence du cours *i.e.* une définition ou un résultat dont la conclusion est « donc il existe . . . vérifiant . . . » : surjectivité, TVI, théorème de Rolle ou des AF *etc* ;
    - raisonner par Analyse-Synthèse.

  ◦ Pour résoudre une équation, on peut :
    - raisonner par équivalences ;
    - raisonner par implication/vérification ;
    - raisonner par Analyse-Synthèse.
- Comparez l'objectif simplement reformulé avec les énoncés de cours (définitions, résultats, exemples) :
  - cherchez les ressemblances pour tenter de deviner le cheminement à suivre ;
  - gommez les différences (en préservant les ressemblances) pour appliquer le résultat choisi.

Après avoir fait cela, deux dernières étapes :

- vous pouvez regarder les indications sur la version Internet de ce document (https://www.ldmraspail.fr/maths-psi.php) ;
- si vous ne parvenez pas à avancer, vous pouvez me contacter (a.laurent.cpge@gmail.com) **en m'envoyant ce que vous avez écrit** : on fera le point, on décantera ce qui a été fait/essayé, ce qui est raisonnable/utile et ce qui l'est moins. En somme, on réfléchira ensemble à la situation.

Vous pouvez évidemment en parler avec d'autres étudiants de votre niveau. **« En parler » ne signifie jamais « lire la solution entière fournie sur un plateau ».**

Calculs

○ **Exercice 1 — Indication(s) —**
Soit $(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4$. Montrer que : $a^2+b^2=c^2+d^2=1 \Longrightarrow |ac+bd|\leqslant 1$.

○ **Exercice 2 — Indication(s) —**
Calculer, pour tout entier $n\in\mathbb{N}$, la somme $S_n=\sum_{0\leqslant k\leqslant n}(-1)^k k$.

○ **Exercice 3 — Indication(s) —**
Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ et tout $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\pi\mathbb{Z}$, simplifier $S_n=\sum_{0\leqslant k\leqslant n}\cos\big((2k+1)\alpha\big)$.

○ **Exercice 4 — Indication(s) —**
Soit $n\in\mathbb{N}$, simplifier l'expression $\sum_{0\leqslant k\leqslant n}(k+1)\binom{n}{k}$.

○ **Exercice 5 — Indication(s) —**
Soit $r\in\mathbb{N}$ et $n\in\mathbb{N}$, simplifier l'expression $\sum_{k=r}^{r+n}\binom{k}{r}$.

○ **Exercice 6 — Indication(s) —**
Pour tout $t\in\mathbb{R}$, linéariser $\sin^7 t$.

○ **Exercice 7 — Indication(s) —**
Pour quels réels x, l'expression $\sin(3\arcsin x)$ a-t-on un sens ? Simplifier alors cette expression.

○ **Exercice 8 — Indication(s) —**
Exprimer simplement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x\mapsto 2\arctan\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)+\arctan x$.

○ **Exercice 9 — Indication(s) —**
Dériver à tout ordre la fonction $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ définie par $f(x)=(x-1)e^x$.

Équivalents et développements limités

○ **Exercice 10 — Indication(s) —**
Déterminer un équivalent simple de f en a lorsque :

1. $f : x\mapsto \sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x}$ et $a=+\infty$.

3. $f : x\mapsto \sqrt[5]{\dfrac{1+\cos x}{\ln\frac{x}{\pi}}}$ et $a=\pi$.

○ **Exercice 11 — Indication(s) —**
Déterminer le développement limité de f en a à l'ordre n lorsque :

1. $f : x\mapsto \dfrac{\arctan x}{1+x^2}$, $a=0$ et $n=3$;
2. $f : x\mapsto \dfrac{\sin x\sqrt{1+x}-xe^x}{x}$, $a=0$ et $n=2$;
3. $f : x\mapsto \ln\left(\tan x\right)$, $a=\frac{\pi}{4}$ et $n=3$.

Autour des limites

○ **Exercice 12 — Indication(s) —**
Calculer $\lim_{x\to e} \frac{\sqrt{\ln x}-1}{e^x - e^e}$.

○ **Exercice 13 — Indication(s) —**
Calculer $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\prod_{1\leq k\leq n}\left(1+\frac{k}{n}\right)}$.

○ **Exercice 14 — Indication(s) —** ♥♥♥
Calculer $\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^n$.

○ **Exercice 15 — Indication(s) —**
Calculer $\lim_{n\to+\infty} \sum_{1\leq k\leq n} \left(\frac{k}{n}\right)^3$.

♥ Trouver des majorations avec contraintes ♥

Il sera essentiel en Spé de savoir faire ce type d'exercices couramment *i.e.* rapidement et juste dès la première tentative.

○ **Exercice 16 — Indication(s) —** ♥
Dans chacun des trois cas suivants, trouver une suite $(u_n)_n$ convergeant vers 0 et vérifiant : $\forall n\in\mathbb{N}$, $\forall x\in \mathrm{I}$, $|f_n(x)|\leq u_n$.

1. Soit $a\in\mathbb{R}^{+,*}$ et, pour tout $n\in\mathbb{N}$, la fonction f_n définie sur $\mathrm{I}=[a,+\infty[$ par $f_n : x\longmapsto e^{-nx}\arctan(nx)$.
2. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, soit f_n la fonction définie sur $\mathrm{I}=\mathbb{R}^+$ par $f_n : x\longmapsto \frac{\sin(3^n x)}{2^n(1+x)^n}$.
3. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, soit f_n la fonction définie sur $\mathrm{I}=]0,1]$ par $f_n : x\longmapsto x^n\ln x$.

○ **Exercice 17 — Indication(s) —** ♥
Dans chacun des deux cas suivants, trouver une suite $(u_n)_n$ telle que $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ converge et telle que :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ \forall x\in \mathrm{I},\ |f_n(x)|\leq u_n.$$

1. Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, soit f_n la fonction définie sur $\mathrm{I}=[1,2]$ par $f_n : x\longmapsto \frac{1}{n}-\frac{1}{n+x}$.
2. Pour tout $n\in\mathbb{N}_{\geq 4}$, f_n la fonction définie sur $\mathrm{I}=[1,+\infty[$ par $f_n : x\longmapsto nx^2e^{-x\sqrt{n}}$.

○ **Exercice 18 — Indication(s) —**
La fonction $f : x\longmapsto\sqrt{\sin x}$ admet-elle un développement limité à l'ordre 2 en 0^+ ?

○ **Exercice 19 — Indication(s) —**

1. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, posons $u_n=\sum_{1\leq k\leq n}\frac{k^2}{k+n}$.
   a) Soit $n\in\mathbb{N}$. Déterminer le quotient et le reste dans la division euclidienne du polynôme X^2 par $X+n$.
   b) En déduire un équivalent simple de u_n.
2. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, posons $v_n=\sum_{1\leq k\leq n}\frac{\sqrt{k^4+1}}{k+n}$.
   a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $x^4+1\leq(x^2+1)^2$. Étudier le cas d'égalité.
   b) En déduire un équivalent simple de v_n.

Calculs d'intégrales et de primitives

♥Commencez par travailler un point facile mais très utile pour l'an prochain : la reconnaissance de formes de fonctions immédiatement « primitivables ». WIMS fournit pour cela de bons outils, vous pouvez y travailler :

- en cliquant sur le lien suivant : reconnaissance de formes remarquables
- en tapant « wims primitive introduction reconnaissance schémas standards » dans votre moteur de recherche préféré.

De rares calculs nécessitent de brouillonner un peu.

Exercice 20 — Indication(s) —

Déterminer les primitives de $x \mapsto \dfrac{2\cos x}{2+\sin x}$.

Exercice 21 — Indication(s) —

Déterminer les primitives de $x \mapsto \cos^5 x$.

Exercice 22 — Indication(s) —

Déterminer les primitives des fonctions définies par :

1. $f : x \mapsto xe^{\sqrt{x}}$;
2. $f : x \mapsto (x^2+1)e^{-x}$;
3. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x(x+1)}$.

Exercice 23 — Indication(s) —

Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a<b$ et $f \in \mathscr{C}^1([a,b],\mathbb{R})$ telle que $f(a)=f(b)=0$.

1. Montrer que : $\forall c \in [a,b]$, $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = \int_a^b (c-t)f'(t)\mathrm{d}t$.
2. En déduire l'inégalité $\displaystyle\left|\int_a^b f(t)\mathrm{d}t\right| \leq \frac{(b-a)^2}{4}\sup_{[a,b]}|f'|$.

Exercice 24 — Indication(s) —

Déterminer $m = \displaystyle\inf_{a,b\in\mathbb{R}} \int_0^{2\pi} (a\sin t + b\cos t - e^t)^2 \mathrm{d}t$.

Arithmétique

Exercice 25 — Indication(s) —

Soit a et $b \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que si a^n+b^n est premier, alors n est une puissance de 2.

Exercice 26 — Indication(s) —

Soit $n \geq 2$ un entier dont la décomposition en facteurs de nombres premiers est $n = \displaystyle\prod_{i=1}^{\ell} p_i^{a_i}$ avec $\begin{cases} \forall i \leq \ell,\ a_i \in \mathbb{N}^* \\ \forall i \leq \ell,\ p_i \text{ premier} \end{cases}$.

Soit $d(n)$ le nombre de diviseurs de n dans $\mathbb{N}$; on veut montrer que $d(n) = \displaystyle\prod_{1\leq i\leq \ell}(a_i+1)$. Pour cela, on utilisera :

1. une méthode combinatoire;
2. une autre méthode.

Bornes supérieures et bornes inférieures

○ **Exercice 27 — Indication(s) —**
Soit $A = \left\{\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \mid (n, m) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*\right\}$. Étudier la borne supérieure et la borne inférieure de A.

○ **Exercice 28 — Indication(s) —**
Montrer que $A = \left\{ (-1)^n + \dfrac{1}{n+1} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}$ est borné et calculer ses bornes supérieure et inférieure.

○ **Exercice 29 — Indication(s) —**
Soit A une partie non vide et bornée de $\mathbb{R}$. On définit l'ensemble $B = \left\{tx + (1-t)y \mid (x, y) \in A^2, t \in [0;1]\right\}$.

1. Montrer que B est bornée et que $\sup B = \sup A$ et $\inf B = \inf A$.
2. Montrer que B est un intervalle.

○ **Exercice 30 — Factorisation de déterminants — Indication(s) —**
Factoriser les polynômes suivants en produit de polynômes de degré 1.

1. $P(X) = \begin{vmatrix} 3-X & 1 & -1 \\ 1 & 3-X & 1 \\ -1 & 1 & 1-X \end{vmatrix}$;
2. $P(X) = \begin{vmatrix} 1-X & -2 & -2 \\ -2 & 1-X & -2 \\ -2 & -2 & 1-X \end{vmatrix}$;
3. $P(X) = \begin{vmatrix} 5-X & 2 & -3 & -1 \\ 8 & 8-X & 8 & 8 \\ -7 & -3 & 3-X & -7 \\ -1 & -2 & -3 & 5-X \end{vmatrix}$.

Autour des équations : résolutions et existences de solutions

Décomposition de polynômes en facteurs irréductibles

○ **Exercice 31 — Indication(s) —**
Factoriser $P = X^6 + 1$ en un produit de polynômes du second degré de $\mathbb{R}[X]$.

○ **Exercice 32 — Indication(s) —**
Soit $P = 3X^4 + 11X^3 + 20X^2 + 7X - 5$. Sachant que P admet une racine rationnelle non entière, décomposer en produits de polynômes irréductibles P dans $\mathbb{R}[X]$.

○ **Exercice 33 — Indication(s) —**

1. Soit $n \geq 2$ un entier, déterminer la factorisation dans $\mathbb{C}[X]$ le polynôme $P = (X+i)^n - (X-i)^n$.
2. En déduire $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \frac{\cos\frac{k\pi}{n}}{\sin\frac{k\pi}{n}}$ et $\displaystyle\prod_{k=1}^{n-1} \frac{\cos\frac{k\pi}{n}}{\sin\frac{k\pi}{n}}$.

○ **Exercice 34 — Indication(s) —**
Déterminer les complexes $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\}$ tels que $\dfrac{z-i}{1-iz} \in \mathbb{R}$.

○ **Exercice 35 — Indication(s) —**
Pour quelles valeurs entières n a-t-on $(1+i)^n + (1-i)^n = 0$?

◯ **Exercice 36 — Indication(s) —**
Déterminer les solutions de l'équation $z^8 = \dfrac{1-i}{\sqrt{3}-i}$; écrire les solutions sous leurs formes trigonométriques.

◯ **Exercice 37 — Indication(s) —**
Quel est l'ensemble des solutions de l'équation $E_\lambda : X^2 - \lambda X + 1 = 0$ lorsque $\lambda \in \mathbb{R}$; le décrire géométriquement.

◯ **Exercice 38 — Indication(s) —**
Résoudre l'équation $\tan x \tan(5x) = 1$.

◯ **Exercice 39 — Indication(s) —**
Soit $(x, y) \in]-1, 1[^2$.

1. Montrer qu'il existe un unique $z \in \mathbb{R}$ tel que $\arctan z = \arctan x + \arctan y$.
2. Déterminer ce réel.

◯ **Exercice 40 — Indication(s) —**
Résoudre les équations suivantes :

1. $\arctan x + \arctan x^3 = \dfrac{3\pi}{4}$;
2. $\arccos x + \arcsin(x^2 - x + 1) = \dfrac{\pi}{2}$.

Montrer des existences en Analyse

Des exemples de raisonnements, d'analyse sont à disposition en indication du premier des exercices suivants.

◯ **Exercice 41 — Indication(s) —**
Soit $f \in \mathscr{C}(\mathbb{R}, \mathbb{R}^+)$ telle qu'il existe $\ell \in [0, 1[$ tel que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \ell$. Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution.

◯ **Exercice 42 — Indication(s) —**
Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable. Montrer que : $\forall x > 0, \exists c \in > 0, f(x) - f(-x) = x\big(f'(c) + f'(-c)\big)$.

◯ **Exercice 43 — Indication(s) —**
Soit I un intervalle et $f \in \mathscr{C}(\mathrm{I})$ une fonction vérifiant $f(\mathrm{I}) \subset \mathrm{I}$. Montrer que si $f \circ f$ admet un point fixe alors il en est de même pour f.

◯ **Exercice 44 — Indication(s) —**
Déterminer toutes les fonctions $f \in \mathscr{C}^0([0, 1], \mathbb{R})$ telles que $\displaystyle\int_0^1 x(1-x) f^2(x)\mathrm{d}x = 0$.

◯ **Exercice 45 — Indication(s) —**
Résoudre l'équation différentielle (E) : $(1 + x)y' + y = 1 + \ln(1 + x)$.

◯ **Exercice 46 — Indication(s) —**
Résoudre l'équation différentielle (E) : $y" + 3y' + 2y = \sinh x$.

◯ **Exercice 47 — Indication(s) —**
Montrer que l'équation différentielle (E) : $xy' + y = e^{-x}(1 + x^2)$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.

○ **Exercice 48 — Indication(s) —**

Résoudre le système (S) : $\begin{cases} x & +y & +z & = & m+1 \\ mx & +y & +(m-1)z & = & m \\ x & +my & +z & = & 1 \end{cases}$ en fonction de $m \in \mathbb{C}$.

Polynômes et applications

○ **Exercice 49 — Indication(s) —**

Soit $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Montrer que le polynôme $P_n = X^{n+1}\cos\big((n-1)\theta\big) - X^n\cos(n\theta) - X\cos\theta + 1$ est divisible par $Q = X^2 - 2X\cos\theta + 1$.

○ **Exercice 50 — Indication(s) —**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, soit $P_n = X^{8n} + pX^{4n} + q$ avec p et $q \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que $P_{n+3} - P_n$ est divisible par $X^8 + X^4 + 1$.
2. En déduire le reste de la division de P_n par $X^8 + X^4 + 1$.

○ **Exercice 51 — Indication(s) —**

Soit $P \in \mathbb{C}[X]$; montrer que : $\big(\forall t \in \mathbb{R}, P(t) \in \mathbb{R}\big) \Longrightarrow P \in \mathbb{R}[X]$.

○ **Exercice 52 — Indication(s) —**

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer qu'il existe un polynôme $P \in \mathbb{R}_n[X]$ vérifiant : $\forall k \in [\![1, n+1]\!], P(k) = \frac{1}{k}$. Ce polynôme est-il unique ?
   On ne cherchera pas à expliciter ce polynôme P.
2. Soit $Q(X) = XP(X) - 1$
   a) Déterminer des racines évidentes de Q et calculer $Q(0)$.
   b) En déduire l'expression factorisée de Q.
3. Calculer $P(-1)$.

○ **Exercice 53 — Indication(s) —**

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $P \in \mathbb{C}[X]$ avec $\deg P = n$. Montrer que $P'|P$ si, et seulement si, P est de la forme $P = \lambda(X-a)^n$ avec λ et $a \in \mathbb{C}$.

Étude de fonctions, de suites et de série

Suites et séries

○ **Exercice 54 — Indication(s) —**

Étudier la convergence de la suite de terme général $u_n = 2^n + (-2)^n \sin\frac{\pi n}{2}$.

Suites implicites

○ **Exercice 55 — Indication(s) —**

1. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $x - \ln x = n$ admet une unique solution $x_n \geq 1$.
2. Étudier la suite $(x_n)_n$ et donner un équivalent simple de x_n.

○ **Exercice 56 — Indication(s) —**

Pour tout entier $n \geq 2$ soit P_n le polynôme $\mathrm{P}_n = \mathrm{X}^n - n\mathrm{X} + 1$.

1. Montrer que P_n admet une unique racine x_n dans $[0,1]$ pour tout $n \geq 2$.
2. a) Montrer que la suite $(x_n)_n$ converge.
   b) Déterminer la limite de la suite $(x_n)_n$.
3. Donner un équivalent de $(x_n)_n$.

Suites récurrentes

○ **Exercice 57 — Indication(s) —**

Étudier la convergence de la suite de terme général $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + i)$.

○ **Exercice 58 — Indication(s) —**

On souhaite étudier la suite définie par $u_0 \in \mathbb{R}^+$ et : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{u_n^2}{4} + 1$. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f : x \mapsto \frac{x^2}{4} + 1$.

1. a) Après avoir dressé un tableau de variations de f, trouver un intervalle stable de f contenant u_0.
   Un intervalle I *est stable par* f *si :* $\forall x \in \mathrm{I},\ f(x) \in \mathrm{I}$.
   b) En déduire que la suite (x_n) existe et qu'elle est minorée.
2. a) Montrer que le sens de variations de $(u_n)_n$ ne dépend que du signe de $u_1 - u_0$.
   Deux cas seront à traités.
   b) Conclure que $(u_n)_n$ converge et déterminer sa limite.

○ **Exercice 59 — Indication(s) —**

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 > 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par la relation $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$. En étudiant $\frac{1}{u_n}$, montrer que $u_n \sim \frac{1}{n}$.

○ **Exercice 60 — Indication(s) —**

Déterminer la nature de la série de terme général $\dfrac{k}{(k+1)!}$. Si elle converge, calculer sa somme.

○ **Exercice 61 — Indication(s) —**

Déterminer la nature de la série de terme général $u_n = \dfrac{\arctan n}{\sqrt{n^3+1}}$.

○ **Exercice 62 — Indication(s) —**

Étudier la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}\cos(nx)$ pour $x \in [0, 2\pi]$.

○ **Exercice 63 — Indication(s) —**

Déterminer la nature de la série $u_n = \left(\cos \frac{1}{n}\right)^{n^a}$ en fonction de $a \in \mathbb{R}$.

○ **Exercice 64 — Indication(s) —**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, posons $u_n = \displaystyle\sum_{1 \leq k \leq n} \frac{1}{k} - \ln n$ et $v_n = u_{n+1} - u_n$. Déterminer la nature de $\sum v_n$.

○ **Exercice 65 — Critère de condensation de Cauchy — Indication(s) —**

Soit $(u_n)_n$ une suite positive et décroissante. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $v_n = 2^n u_{2^n}$. Montrer que les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ ont même nature.

On pourra considérer les différences $\displaystyle\sum_{2^n \leq k \leq 2^{n+1}-1} u_k$ *pour des entiers n bien choisis.*

○ **Exercice 66 — Indication(s) —**

Soit $\sum u_n$ une séries à terme général positif. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $v_n = \displaystyle\int_0^{u_n} \frac{\mathrm{d}t}{1+t^e}$. Montrer que les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ ont même nature.

Fonctions

Exercice 67 — Indication(s) —
Soit f une application de E dans F. Soit $B \subset F$. Montrer que $f^{-1}(B) = f^{-1}(B \cap \operatorname{Im} f)$.

Exercice 68 — Indication(s) —
Soit $f : E \longrightarrow F$ une application. Le but de cet exercice est de montrer l'équivalence suivante :

$$f \text{ surjective} \iff \forall B \in \mathscr{P}(F),\ B = f\left(f^{-1}(B)\right).$$

1. a) Soit B une partie de F. Montrer que $f\left(f^{-1}(B)\right) \subset B$.
   b) Montrer l'implication directe ($\Longrightarrow$).
2. Montrer l'implication indirecte puis conclure.

Exercice 69 — Indication(s) —
L'application définie sur $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}^*$ et à valeurs dans $\mathbb{Q}$ par $f(p,q) = p + \frac{1}{q}$ est-elle injective ? surjective ?

Exercice 70 — Indication(s) —
Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ \lfloor(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})^2\rfloor = 4n+1$.

Exercice 71 — Indication(s) —
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\cos x + 4\sin x$ admet-elle une borne supérieure ? Si oui, la déterminer.

Exercice 72 — Indication(s) —
1. Déterminer le plus grand intervalle $I \subset \mathbb{R}$ sur lequel on peut définir la fonction $f : x \mapsto x^x(1-x)^{1-x}$.
2. Montrer que $x^x(1-x)^{1-x} \geq \frac{1}{2}$ sur I.

Deux exercices assez proches

Exercice 73 — Indication(s) —
Soit $f \in \mathscr{C}(\mathbb{R})$. Montrer que f est constante ou que son image est infinie.

Exercice 74 — Indication(s) —
Déterminer l'image de la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = x\cos x$.

Exercice 75 — Utilisation des DL — Indication(s) —
Soit $f : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f : x \mapsto \dfrac{e^x - 1}{x}$.
1. Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 en 0.
2. En déduire que f est prolongeable par continuité en 0.
3. Peut-on en déduire la dérivabilité de f en 0 et $f'(0)$?
4. Peut-on en déduire la dérivabilité de f' en 0 et $f"(0)$?

Exercice 76 — Indication(s) —
Considérons la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x + x^2 + 2x^3$.
1. Montrer que f est bijective.
2. Montrer que f^{-1} est lipschitzienne.

○ **Exercice 77 — Indication(s) —**
Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^{+,*}$.

1. Montrer que f est convexe si $\ln \circ f$ l'est.
2. Que peut-on dire de l'implication réciproque ?

○ **Exercice 78 — Indication(s) —**
Soit a et b deux réels, et n un entier. Soit $f : x \mapsto (x-a)^n (x-b)^n$.

1. Expliciter $f^{(n)}$.
2. Supposons que $a = -b$. Expliciter $f^{(n)}$ d'une autre manière.
3. En déduire que $\displaystyle\sum_{0 \leq k \leq n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.

○ **Exercice 79 — Indication(s) —**

Considérons la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.

1. Montrer que f est $\mathscr{C}^1$.

2. Établir que f est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}^*$ et que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe un polynôme P_n à coefficients réels tel que :
$$\forall x > 0,\ f^{(n)}(x) = \mathrm{P}_n\left(\frac{1}{x}\right) e^{-1/x}.$$
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, que peut-on dire de la limite de $f^{(n)}(x)$ en 0^+ ?
4. En déduire que f est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$.
5. Soit $n \in \mathbb{N}$; déterminer le développement limité de f à l'ordre n et en 0.

○ **Exercice 80 — Indication(s) —**
Étudier la fonction $f : x \mapsto \displaystyle\int_x^{1/x} \frac{\arctan t \,\mathrm{d}t}{t}$.

Probabilité et dénombrement

○ **Exercice 81 — Indication(s) —**
Soit E un ensemble à n éléments avec $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que le nombre de couples (X, Y) de parties de E vérifiant $\mathrm{X} \cap \mathrm{Y} = \emptyset$ est …….
2. Déterminer le nombre de couples (X, Y) de parties de E vérifiant $\mathrm{X} \cup \mathrm{Y} = \mathrm{E}$.
3. Déterminer le nombre de couples (X, Y) de parties de E formant une partition de E.
4. Soit $\mathscr{E} = \left\{(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \in \mathscr{P}(\mathrm{E}) \times \mathscr{P}(\mathrm{E}) \mid \mathrm{X} \cap \mathrm{Y} = \emptyset\right\}$ et $\mathscr{E}'$ l'ensemble des triplets (X, Y, Z) de parties de E formant une partition de E. Montrer qu'il existe une bijection entre $\mathscr{E}$ et $\mathscr{E}'$.
5. Déterminer le nombre de triplets (X, Y, Z) de parties de E vérifiant $\mathrm{X} \cup \mathrm{Y} = \mathrm{Z}$.

○ **Exercice 82 — Indication(s) —**
Soit $(\Omega, \mathbb{P})$ un espace probabilisé. A quelle(s) condition(s) un événement A est-il indépendant de tout événement ?

○ **Exercice 83 — Indication(s) —**
Soient $(\Omega, \mathbb{P})$ un espace probabilisé, et A et B deux événements de Ω. Montrer que $\mathbb{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}).\mathbb{P}\left(\overline{\mathrm{A}} \cap \overline{\mathrm{B}}\right) = \mathbb{P}\left(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}\right).\mathbb{P}\left(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}\right)$ si, et seulement si, A et B sont indépendants.

Probabilités : situations concrètes

Cf. indications pour commencer !

○ **Exercice 84 — Indication(s) —**
Un garçon choisit au hasard un numéro entier entre 1 et 45 ; une fille en choisit un entre 1 et 49.

1. Quelle est la probabilité que la somme des deux nombres choisis soit 34 ?
2. Sachant que la somme des deux entiers choisis est 34, quelle est la probabilité que le numéro de la fille soit supérieure ou égal à celui du garçon ?

○ **Exercice 85 — Indication(s) —**
On dispose de n cartons numérotés de 1 à n. On tire un carton au hasard. Si i est le numéro du carton, alors on place dans une urne i boules blanches et $n-i$ boules noires. On tire alors successivement et avec remise deux boules de cette urne.

1. Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches ?
2. Sachant que l'on a tiré deux boules blanches, quelle est la probabilité d'avoir tiré le carton n ?

○ **Exercice 86 — Indication(s) —**
Un gardien de nuit a 10 clés, dont une seule marche pour ouvrir la porte de son local. Il emploie deux méthodes :

- **Méthode A —** à jeun, il mémorise parfaitement les clés déjà essayées ;
- **Méthode B —** ivre, il oublie systématiquement les clés après chaque essai.

Le gardien est ivre un jour sur trois. Un jour, après avoir essayé 8 clés, le gardien n'a toujours pas ouvert la porte. Quelle est la probabilité qu'il soit ivre ?

Variables aléatoires

Cf. indications pour commencer !

○ **Exercice 87 — Indication(s) —**
Soit $n \geq 3$. Dans une urne contenant n boules numérotées de 1 à n, on extrait au hasard trois boules simultanément. Déterminer la loi et l'espérance de la variable aléatoire X égale au numéro du milieu.

Indication

Pour le calcul de l'espérance, on remarquera que $\mathbb{P}(X = k) = \mathbb{P}(X = n+1-k)$ pour tout $k \in [\![1, n-1]\!]$.

○ **Exercice 88 — Indication(s) —**
Une secrétaire doit appeler n clients au téléphone. On désigne par $p \in]0,1[$ la probabilité qu'un client décroche le téléphone, les comportements des différents clients étant indépendants.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de clients répondant à ce premier appel. Donner la loi de X et son espérance.
2. La secrétaire appelle une seconde fois chacun des clients n'ayant pas répondu au premier appel. On désigne par Y le nombre de clients répondant à ce second appel.
   a) Soit $k \in [\![0, n]\!]$; déterminer la loi de Y sachant $(X = k)$.
   b) En déduire la loi de $Z = X + Y$, et la reconnaître.
3. Retrouver directement le résultat de la question précédente en calculant la probabilité qu'un client puisse être contacté en au plus deux appels.

Trouver des bases

Cf. indications pour commencer !

○ **Exercice 89 — Indication(s) —** ♥

1. Soit $E = \mathbb{R}_2[X]$, et $S \subset E$ le sous-ensemble constitué des polynômes P vérifiant $P(6) = 0$ et $P'(3) = 0$.
   a) Montrer que S est un espace vectoriel de dimension finie.
   b) Déterminer la dimension de S intuitivement puis rigoureusement.
2. Mêmes questions avec l'espace vectoriel des matrices réelles triangulaires inférieures de taille 10 ? Proposer une réponse intuitive puis rigoureuse.

○ **Exercice 90 — Indication(s) —** ♥♥

Soit $n \in \mathbb{N}^*$; soit $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$ (resp. $\mathscr{A}_n(\mathbb{R})$) l'ensemble des matrices symétriques (resp. antisymétriques) de tailles $n \times n$.

1. Montrer que $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$ et $\mathscr{A}_n(\mathbb{R})$ sont des sous-espaces vectoriels de $\mathrm{Mat}_n(\mathbb{R})$ et en déterminer la dimension.
2. Montrer que $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$ et $\mathscr{A}_n(\mathbb{R})$ sont supplémentaires dans $\mathrm{Mat}_n(\mathbb{R})$.
3. Proposer (sans la faire) une approche pour traiter la question précédente.

○ **Exercice 91 — Indication(s) —**

1. Soient A et $N \in \mathrm{Mat}_n(\mathbb{K})$; supposons que $A.N = N.A$ et que la matrice N est nilpotente. Montrer que $A+N$ est inversible si, et seulement si, A l'est.
   Déterminer l'inverse de la matrice $A+N$ lorsqu'elle est inversible.
2. En déduire que l'inversibilité et l'inverse de $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

○ **Exercice 92 — Indication(s) —**

Pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, on définit la fonction $f_k : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ par $f_k(x) = \cos^k x$. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la famille $(f_0, \dots, f_n)$ est-elle libre ?

○ **Exercice 93 — Indication(s) —**

Soit $v_1 = (-6, -5, -5)$, $v_2 = (4, 1, 8)$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Pour quelle(s) valeur(s) de t, le vecteur $v = (-8, t-7)$ appartient au sous-espace vectoriel engendré par v_1 et v_2.

Sous-espaces supplémentaires

○ **Exercice 94 — Indication(s) —**
Soit $E = \mathscr{C}^1([0,1],\mathbb{R})$. On pose $F = \left\{f \in E \middle| \int_0^1 f(t)\mathrm{d}t = 0,\ f(0) = 0,\ f'(1) = 0\right\}$ et $G = \{x \mapsto a_0 + a_1x + a_2x^2 \mid (a_i)_i \subset \mathbb{R}\}$. Montrer que ces deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires dans E.

○ **Exercice 95 — Indication(s) —**
Soit $e_1 = (-2,0,2)$ et $e_2 = (0,-1,1)$, et $F = \mathrm{Vect}(e_1, e_2)$ et $G = \mathrm{Vect}(0,-1,0)$.
Vérifier que E et F sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}^3$ et décomposer le vecteur $w = (-2,-1,-1)$ comme somme d'un vecteur de F et d'un vecteur G.

○ **Exercice 96 — Indication(s) —**
Soit $e_1 = (-2,1,2)$ et $e_2 = (0,-1,1)$, et $F = \mathrm{Vect}(e_1, e_2)$ et $G = \mathrm{Vect}(3,-1,2)$.
Vérifier que E et F sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}^3$ et décomposer le vecteur $w = (-4,10,6)$ comme somme d'un vecteur de F et d'un vecteur G.

○ **Exercice 97 — Indication(s) —**
Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $E = \mathbb{R}_{2n}[X]$. Soit $a \in \mathbb{R}$ et, pour tout $k \leq n$, le polynôme P_k définie par $P_k = (X-a)^k$.

1. Montrer que $(P_k)_{0\leq k\leq 2n}$ est une base de E.
2. Soit $b \in \mathbb{R}$; déterminer les coordonnées de $(X-a)^n(X-b)^n$ dans la base $(P_k)_{0\leq k\leq 2n}$.

○ **Exercice 98 — Indication(s) —**
Existe-t-il une base de $\mathrm{Mat}_n(\mathbb{K})$ constituée uniquement de matrices inversibles ?

○ **Exercice 99 — Un peu d'abstrait (1) — Indication(s) —**
Soient E un espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ et $(e_i)_{i\leq n}$ une base de E. Soit $(a_i)_i \in \mathbb{K}^n$ et $u = \sum a_i e_i$. Posons enfin $\varepsilon_i = e_i + u$ pour tout $i \in [\![1,n]\!]$. Montrer que $(\varepsilon_i)_i$ est une base de E si, et seulement si, $\sum a_i \neq -1$.

○ **Exercice 100 — Un peu d'abstrait (2) – Supplémentaire commun — Indication(s) —**
Soit E un espace vectoriel de dimension $2n$ avec $n \in \mathbb{N}$. Soient F et G deux sous-espaces vectoriels de E de même dimension et vérifiant $E = F \oplus G$. Montrer qu'il existe un supplémentaire commun H à F et G *i.e.* vérifiant $E = F \oplus H$ et $E = G \oplus H$.

○ **Exercice 101 — Indication(s) —**
Dans $\mathbb{R}^3$ on considère $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$ et $G = \mathrm{Vect}\big((1,1,1)\big)$.

1. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer un supplémentaire F' de G dans $\mathbb{R}^3$ vérifiant $F \neq F'$.
3. On désigne par p le projecteur sur F parallèlement à G. Pour $u = (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$, donner les composantes de $u = p(u)$.

○ **Exercice 102 — Indication(s) —**
Soit $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'application linéaire définie par $f : (x,y,z) \mapsto \frac{1}{7}\big(-2x+6y-3z,\ 6x+3y+2z,\ -3x+2y+6z\big)$.

1. Déterminer la matrice de f dans la base canonique $\mathscr{B} = (e_1, e_2, e_3)$.
2. Soit $\mathscr{B}' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ où $\varepsilon_1 = e_1 - 3e_3$, $\varepsilon_2 = e_2 + 2e_3$ et $\varepsilon_3 = -3e_1 + 2e_2 - e_3$. Montrer que $\mathscr{B}'$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
3. Déterminer l'image des vecteurs de $\mathscr{B}'$ par f. En déduire la matrice $M = \mathrm{Mat}_{\mathscr{B}'}(f)$.
4. Déterminer $\mathscr{P}_{\mathscr{B}}^{\mathscr{B}'}$, la matrice de passage de $\mathscr{B}$ à $\mathscr{B}'$ puis $\mathscr{P}_{\mathscr{B}'}^{\mathscr{B}}$.
5. Retrouver M avec des changements de bases.
6. Calculer f^n pour tout $n \geq 0$.
7. Le morphisme f est-il bijectif? Si oui, déterminer sa fonction réciproque.
8. Que peut-on déduire de la question précédente.

○ **Exercice 103 — Indication(s) —**
Soit p un projecteur d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel E. Montrer qu'un endomorphisme $u \in \mathscr{L}(E)$ commute avec p si, et seulement si, $\operatorname{Ker} p$ et $\operatorname{Im} p$ sont stables par u.

Remarque

Un ensemble F est stable par u si, et seulement si, $u(x) \in F$ pour tout $x \in F$.

○ **Exercice 104 — Espaces vectoriels isomorphes — Indication(s) —**

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$; montrer que $\mathscr{T}_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices triangulaires supérieures de taille n, et $\mathscr{S}_n(\mathbb{K})$ sont isomorphes.
2. Montrer que $\mathscr{C}^1([0,1],\mathbb{R})$ et $F = \mathbb{R} \times \mathscr{C}^0([0,1],\mathbb{R})$ sont isomorphes.

○ **Exercice 105 — Indication(s) —**
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie, et un f endomorphisme vérifiant $\operatorname{rg} f^2 = \operatorname{rg} f$.

1. Montrer que $\operatorname{Im} f^2 = \operatorname{Im} f$ et que $\operatorname{Ker} f^2 = \operatorname{Ker} f$.
2. Montrer que $\operatorname{Ker} f \oplus \operatorname{Im} f = E$.

○ **Exercice 106 — Indication(s) —**
Soit φ l'endomorphisme de $\operatorname{Mat}_n(\mathbb{R})$ défini par $\varphi(A) = A^T$. Calculer le déterminant de φ.

○ **Exercice 107 — Indication(s) —**
Soit f un endomorphisme d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E de dimension finie $n \geq 1$. Pour tout $p \in \mathbb{N}$, on pose $I_p = \operatorname{Im} f^p$ et $N_p = \operatorname{Ker} f^p$.

1. Montrer que les suites $(I_p)_{p\geq 0}$ et $(N_p)_{p\geq 0}$ sont respectivement décroissante et croissante pour l'inclusion et que celles-ci sont simultanément stationnaires.
2. On note r le rang à partir duquel les deux suites sont stationnaires. Montrer $I_r \oplus N_r = E$.

○ **Exercice 108 — Indication(s) —**
Soit $f \in \mathscr{L}(\mathbb{K}^3)$ telle que $f^3 = 0$ et $f^2 \neq 0$.

1. Montrer que $\left(u, f(u), f^2(u)\right)$ est une base de $\mathbb{K}^3$ pour tout $u \in \mathbb{K}^3$ tel que $f^2(u) \neq 0$.
2. En déduire que les endomorphismes de $\mathbb{K}^3$ commutant avec f sont ceux de la forme $a\mathrm{id}_E + bf + cf^2$ avec a, b et $c \in \mathbb{K}$.

Indication

Si g commute avec f, on pourra montrer fixer $u \in E$ vérifiant $f^2(u) \neq 0$ et considérer $g(u)$.

○ **Exercice 109 — Matrices semblables — Indication(s) —**
Soit $A \in \operatorname{Mat}_n(\mathbb{K})$ une matrice non nulle telle que $A^2 = 0$. Montrer que A est semblable à $\begin{pmatrix} 0 & I_r \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ pour un entier r à déterminer.

○ **Exercice 110 — Indication(s) —**
Soit A une matrice carrée d'ordre n non inversible.

1. Prouver qu'il existe une matrice $B \in \operatorname{Mat}_n(\mathbb{K})$ telle que $A.B = B.A = 0$ et $\operatorname{rg} A + \operatorname{rg} B = n$.

Remarque

On pourra utiliser des applications linéaires.

2. Peut-on trouver une matrice B vérifiant $A.B = B.A = 0$ et $\operatorname{rg} A + \operatorname{rg} B > n$?

○ **Exercice 111 — Indication(s) —**

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $(a_i)_i \in \mathbb{K}^n \setminus \{(0,\dots,0)\}$. Soit $\mathrm{F} = \left\{(x_i)_i \in \mathbb{K}^n \mid \sum_{k \leq n} a_k x_k = 0\right\}$.

1. Déterminer la dimension de F.
2. Déterminer un supplémentaire de F dans $\mathbb{R}^n$.

○ **Exercice 112 — Indication(s) —**

Dans $\mathbb{R}^n$ muni de sa structure euclidienne usuelle, soit F le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ d'équation (E) : $x_1 + \cdots + x_n = 0$. Soit p la projection orthogonale sur F

1. Déterminer la dimension de F ; en déduire un supplémentaire de F dans $\mathbb{R}^n$.
2. Déterminer la matrice M de p par rapport à la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
3. Calculer M^2.

Transition Sup - Spé

Electrocinétique

Cours PRIORITAIRE	Maîtrisé	À reprendre
Loi d'Ohm		
Relations entre i, u, C et q pour un condensateur selon la convention récepteur et générateur		
Relation entre i, u, L pour une bobine selon la convention récepteur et générateur		
Association série et parallèle de résistances		
Enoncer les lois de Kirchhoff		
Etablissement de la formule du pont diviseur de tension		
Relation entre la puissance et l'énergie		
Etablissement des expressions des énergies stockées par une bobine et un condensateur		
Charge du condensateur : Circuit RC, à t=0 le condensateur est déchargé :		
Mise en équation pour u_c		
Condition initiale, **résolution** et tracé de $u_c(t)$		
Calcul de l'énergie emmagasinée par le condensateur au cours de la charge		
Circuit RLC série soumis à un échelon de tension E		
Mise sous forme canonique de l'équation différentielle vérifiée par u_c		
Condition initiale, **résolution** et tracé de $u_c(t)$		
Mise en évidence des 3 régimes transitoires en fonction du facteur de qualité		
Définition de l'impédance d'un dipôle		
Expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine		
Circuit RLC série soumis à une excitation sinusoïdale		
Etude **complète** de la résonance en tension u_c (ou élongation) en fonction du facteur de qualité Q		
Etude **complète** de la résonance en intensité (ou vitesse)		
Définition de la fonction de transfert H d'un filtre		
Etablir l'expression de $\underline{H}$ pour un filtre passe bas d'ordre 1 + 1 exemple de filtre		
Etablir l'expression de $\underline{H}$ pour un filtre passe haut d'ordre 1 + 1 exemple de filtre		
Etablir l'expression de $\underline{H}$ pour un filtre passe bas d'ordre 2 + 1 exemple de filtre		
Etablir l'expression de $\underline{H}$ pour un filtre passe bande d'ordre 2 + 1 exemple de filtre		
Tracé du diagramme de Bode d'un filtre passe bas d'ordre 1		
Tracé du diagramme de Bode d'un filtre passe bande d'ordre 2		
Définition de la bande passante d'un filtre		
Relation entre la largeur de la bande passante et Q pour un passe bande		
Comment obtient-on un moyenneur à l'aide d'un filtre ?		
Comment obtient-on un intégrateur à l'aide d'un filtre ?		
Comment obtient-on un dérivateur à l'aide d'un filtre ?		

En vous appuyant sur le document que vous trouverez à l'adresse :
https://colasbd.github.io/cde/cahier_d_entrainement_PC_1.2.0.pdf,

Thème	Entraînements conseillés	Maîtrisé Je passe à autre chose	À reprendre Je le retravaille afin de le maîtriser
ARQS	3.8 / 3.10 / 3.15/ 3.16 / 3.17 / 3.18		
Premier ordre	4.1 / 4.5 / 4.8 / 4.10 / 4.11 / 4.12 / 4.13 / 4.14 / 4.15		
Deuxième ordre	4.11 / 4.16 / 4.17 / 4.18 / 4.19		
RSF	5.3 / 5.5 / 5.6 / 5.8		
Filtrage	5.9 / 5.10 / 5.14 / 5.16		
Energie	6.7 / 6.8 / 6.10 / 6.13 / 6.14		

Thermodynamique

Cours PRIORITAIRE	Maîtrisé	À reprendre
Equation des gaz parfaits avec unités de chaque grandeur		
Grandeurs extensives, intensives (exemple)		
Propriétés d'une fonction d'état		
Définition d'une transformation isotherme, isobare, isochore, adiabatique		
1er principe de la thermodynamique général		
Définition de l'enthalpie		
Variation d'énergie interne et d'enthalpie pour un gaz parfait		
Variation d'énergie interne et d'enthalpie pour une phase condensée indilatable		
1er principe de la thermodynamique enthalpique		
2ème principe de la thermodynamique		
Loi de Laplace : conditions d'application, **retrouver** les différentes formulations		
Retrouver le travail des forces de pression en fonction des grandeurs initiales et finales (T,V, P) pour n mol de gaz parfait pour :		
Une transformation isotherme mécaniquement réversible		
Une transformation monobare		
Une transformation isochore		
Une transformation adiabatique réversible		
Retrouver le transfert thermique échangé en fonction des grandeurs initiales et finales (T, V, P) pour n mol de gaz parfait pour :		
Une transformation isotherme mécaniquement réversible		
Une transformation monobare		
Une transformation isochore		
Une transformation adiabatique réversible		
Lors d'une transition de phase :		
Expression de la variation d'enthalpie en fonction de l'enthalpie de changement d'état		
Diagramme (P,T) pour corps pur quelconque et pour l'eau		
Equilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v) pour l'eau		
Définition de la capacité calorifique à volume constant		
Définition de la capacité calorifique à pression constante		
Relation de Mayer		
Définition du coefficient de Laplace γ		
Expression des capacités C_v et C_p d'un gaz parfait en fonction de $n, R\ et\ \gamma$		
Connaitre le nom des transitions de phase		
Relation entre les variations d'enthalpie et d'entropie pour une transition de phase		
Moteur ditherme : principe, définition du rendement, **établir** le rendement de Carnot		
Réfrigérateur : principe, définition du rendement, **établir** le rendement de Carnot		
Pompe à chaleur : principe, définition du rendement, **établir** le rendement de Carnot		

En vous appuyant sur le document que vous trouverez à l'adresse :
https://colasbd.github.io/cde/cahier_d_entrainement_PC_1.2.0.pdf,

Thème	Entraînements conseillés	Maîtrisé Je passe à autre chose	À reprendre Je le retravaille afin de le maîtriser
Bases	18.3 / 18.9 / 18.12		
1er principe	19.2 / 19.5 / 19.8 / 19.13 / 19.18		
2e principe	20.6 / 20.7 / 20.9 / 20.12		
Machines	20.13 / 20.14 / 20.15 / 20.16		
Chgt état	20.11		